Os Problemas de Matemática de Almada Negreiros

Pedro J. Freitas e Simão Palmeirim Costa

Artigo publicado no número especial do Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, contendo as atas do Encontro Nacional da SPM 2014.
http://revistas.rcaap.pt/boletimspm/index

Os Problemas de Matemática de Almada Negreiros

Pedro J. Freitas
CELC e Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Av Prof Gama Pinto 2
1649-003 Lisboa Portugal
e-mail: `pjfreitas@fc.ul.pt`

Simão Palmeirim Costa
CIEBA, Centro de Investigação e de Estudos em Belas-Artes e FBAUL
Largo da Academia Nacional de Belas-Artes
1249-058 Lisboa, Portugal
e-mail: `simaopalmeirim@gmail.com`

Resumo: Está em curso uma análise do espólio de Almada Negreiros, que inclui várias obras com uma forte componente geométrica. Apesar de o autor ter como intenção primeira produzir obras de arte, muito do seu trabalho pode ser apreciado matematicamente. Neste artigo apresentaremos alguns desenhos que podem ser lidos como problemas de geometria e apresentamos, como exemplo, a solução de um deles.

Abstract The estate of Almada Negreiros is currently undergoing inventory, and it incudes many works with a strong geometrical flavour. Even though the author's first intention was to produce artworks, a lot of his production can be appreciated from a mathematical viewpoint. In this paper we present some drawings that can be interpreted as problems in geometry and we present the solution to one of them.

palavras-chave: resolução de problemas, geometria, arte, Almada Negreiros

keywords: problem-solving, geometry, art, Almada Negreiros

1 Motivação

Almada Negreiros (1893-1970) foi um dos artistas mais marcantes do século vinte em Portugal. Debruçou-se sobre áreas tão diversas como a literatura, o teatro, a poesia ou as artes plásticas, e foi nestas últimas que, partir de certa altura, vem a dedicar-se à produção de desenhos e pinturas com teor fortemente geométrico. Este interesse pela geometria surge do fascínio pela pintura portuguesa antiga, nomeadamente pelos Painéis de São Vicente, que Almada analisou ao longo de cerca de cinquenta anos. Inicialmente o seu estudo é apenas sobre a composição dos próprios painéis, mas rapidamente vem a incluir também estudos sobre a sua posição numa parede da Capela do Fundador no Mosteiro da Batalha, estudo esse que veio também a incluir o *Ecce Homo* e mais algumas tábuas pintadas que, segundo os estudos geométricos de Almada, seriam um conjunto feito explicitamente para esta parede.

A visão da geometria enquanto chave para descrever a composição de uma pintura veio a despertar um fascínio mais profundo: a partir de certa altura, Almada postula a existência de um Cânone geométrico subjacente a toda a arte, que ilustra com a análise de objetos e estudos vindos de várias proveniências: um vaso da Babilónia, um friso do palácio de Cnossos, ou um desenho de Leonardo da Vinci chamado *Figura Supérflua Ex Errore* (que vem a incluir no painel *Começar*). Segundo o próprio Almada, os elementos deste Cânone seriam os seguintes.

> A divisão simultânea do quadrado e do círculo em partes iguais e partes proporcionais é a origem simultânea das constantes da relação nove/dez, grau, medida e extrema razão e prova dos nove.[1]

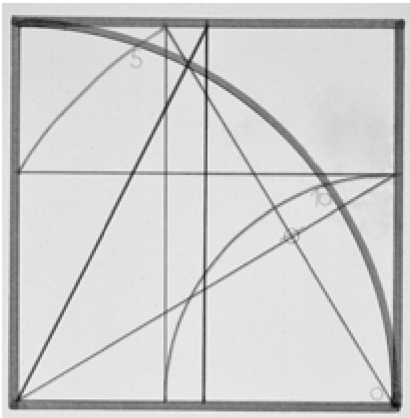
Assim, as obras geométricas que Almada produz (especialmente a partir dos anos 50) são exercícios de explicitação das relações entre os elementos deste Cânone, que deveria ser imediatamente captável, segundo o autor. Ora, sendo estas primeiramente obras de arte, elas podem ser interpretadas matematicamente. Perante as construções geométricas almadianas, podemos perguntar-nos por exemplo se são ou não exatas, e se forem, podemos tentar encontrar uma demonstração para essa exatidão, tornando assim estas figuras em problemas de matemática (subvertendo, é certo, a sua intenção inicial). É isso que faremos na próxima secção, analisando uma construção geométrica de Almada Negreiros.

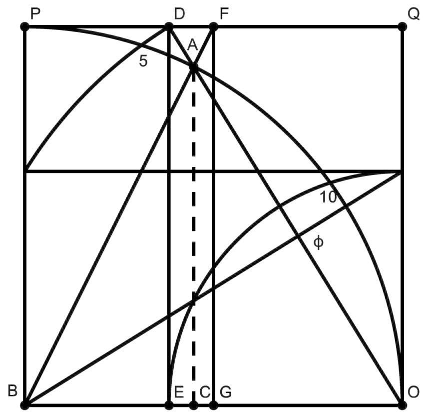
2 Linguagem do Quadrado

Encontra-se no espólio de Almada uma coleção interessantíssima de desenhos com conteúdo exclusivamente geométrico, apresentando construções baseadas num quadrado com um quarto de circunferência inscrito, ou um retângulo formado por dois quadrados com meia circunferência. Esta co-

[1] *Assim Fala Geometria*, 1960 (Diário de Notícias, 16 de junho).

leção tem o nome genérico *Linguagem do Quadrado*. Analisamos aqui um desses desenhos.





Os números 5 e 10 referem-se à quinta e décima partes do círculo, respetivamente, medidas a partir de O, e a letra ϕ afirma que o retângulo $[DEOQ]$ é um retângulo de ouro. Neste caso, todas as afirmações são exatas, e passamos a fazer as verificações. Para ver que o retângulo é de ouro, basta verificar que $DE/EO = \phi$. É mais simples neste caso verificar que

$$\frac{EO}{DE} = \frac{1}{\phi} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Uma vez que os triângulos $[DEO]$ e $[ACO]$ são semelhantes, temos

$$\frac{EO}{DE} = \frac{OC}{AC} = \frac{OB-BC}{AC} = \frac{OB}{AC} - \frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AC} - \frac{BC}{AC}.$$

Usamos agora a semelhança dos triângulos $[ACB]$ e $[FGB]$, notando que em ambos os casos o cateto maior mede o dobro do menor, uma vez que o retângulo $[BPFG]$ é meio quadrado. Portanto $BC = (1/2)AC$ e

$$AC^2 + \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 = AB^2 \Leftrightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{5}{4}.$$

Assim

$$\frac{EO}{DE} = \frac{AB}{AC} - \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{\phi}$$

como desejávamos.

Quanto à quinta e décima partes da circunferência, Almada afirma que as cordas determinadas por estes arcos são respetivamente $[EO]$ e $[DO]$. Se r for o raio da circunferência (e o lado do quadrado), estes segmentos têm as seguintes medidas, de acordo com os cálculos já feitos:

$$\overline{EO} = \frac{r}{\phi} \quad \text{e} \quad \overline{DO} = \frac{\sqrt{2(5-\sqrt{5})}}{2} r.$$

Ora, sabendo que a corda de um arco de medida α é dada por $2r\sin(\alpha/2)$, fazendo as contas para os arcos de 36º e 72º e consultando uma tabela de senos, verificamos que estes valores são exatos.

3 Conclusão

No exemplo estudado, as medidas apresentadas eram exatas, mas isto nem sempre acontece. Almada muitas vezes apresenta construções para a sétima e a nona partes do círculo (até mesmo no monumental mural *Começar*), quando se sabe que estas partes não se conseguem determinar exatamente com régua não graduada e compasso, pelo Teorema de Gauss-Wantzel.

Teorema de Gauss-Wantzel. *É possível dividir a circunferência em n partes iguais com régua não graduada e compasso se e só se*

$$n = 2^k p_1 \dots p_t$$

em que $p_1, \dots, p_t$ são primos de Fermat distintos.

No entanto, e em geral, as aproximações são bastante boas, sendo algumas mesmo indetetáveis no contexto da observação simples de uma obra de arte.

Estes desenhos, e outros constantes de vários cadernos da autoria de Almada Negreiros, serão em breve compilados num livro de problemas em que o leitor é convidado a fazer a análise matemática das figuras. Esperamos que a análise simples aqui feita possa abrir o apetite.

Este trabalho foi realizado no âmbito do projeto Modernismo Online (www.modernismo.pt), da Faculdade de Ciências Sociais e Humanas da Universidade Nova de Lisboa, financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia, que procura reunir e arquivar, em formato digital, a herança material do modernismo português.

Agradecemos à família de Almada Negreiros a possibilidade de reproduzir aqui estas obras e o respetivo estudo.